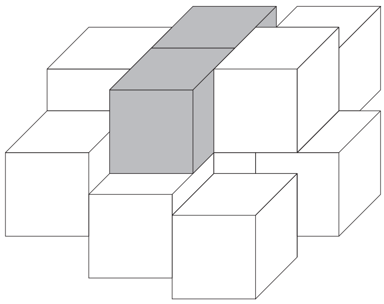
Hipoteza podziałowa Kellera i okolice

Andrzej P. Kisielewicz, UZ

Podziałem przestrzeni $\mathbb{R}^d$ *na kostki jednostkowe* nazywamy rodzinę rozłącznych kostek $[0,1)^d + T = \{[0,1)^d + t : t \in T\}$ taką, że

$$\bigcup_{t \in T} ([0,1)^d + t) = \mathbb{R}^d.$$



Rys. 1. Fragment podziału $[0,1)^3 + T$ przestrzeni i para bliźniacza.

Parę kostek $[0,1)^d + t$, $[0,1)^d + s$ nazywamy *parą bliźniaczą*, jeżeli

$$|t_j - s_j| = 1$$

dla pewnego $j \in [d] = \{1, \ldots, d\}$ oraz $t_i = s_i$ dla $i \in [d] \setminus \{j\}$.

Hipoteza Kellera (1930). *Każdy podział przestrzeni* $\mathbb{R}^d$ *na kostki jednostkowe zawiera parę bliźniaczą.*

Hipoteza Kellera jest prawdziwa dla $d \leq 6$ (O. Perron (1940)) i fałszywa dla $d \geq 8$ (J. Lagarias, P. Shor (1992), J. Mackey (2002)). Dla $d = 7$ hipoteza Kellera jest nadal otwarta.

W referacie przedstawiony zostanie aktualny stan badań nad hipotezą Kellera dla $d = 7$. Jednocześnie zaprezentowane zostaną ciekawe obserwacje dotyczące struktury podziałów przestrzeni $\mathbb{R}^d$ na kostki jednostkowe.